AvaCient ISSN 2594-018X
Año 4, Núm.2, Vol. VII, 57-65 pp.

MODELOS MATEMÁTICOS EN INGENIERÍA CIVIL

Francisco José Arroyo Rodríguez[1], Mauricio Arroyo Terrazas[2]

ARTÍCULO DE DIVULGACIÓN
Recibido: 30/05/2019 Aceptado: 10/08/2019 Publicado: 03/12/2019

Resumen.- En muchos textos de Métodos Numéricos se presentan situaciones abstractas o modelos alejados al área de conocimiento en la que se van a aplicar; es importante dirigir el curso en el contexto en el cual se va a emplear, y con esto motivar a los alumnos e inducirlos al mismo tiempo a las asignaturas específicas de Ingeniería Civil como Análisis Estructural, Resistencia de Materiales, materias donde existen variadas aplicaciones de sistemas de ecuaciones y matrices e interpolación polinomial. En este trabajo se presentan problemas de aplicación y se presentan las conclusiones al presentarlos en el aula.

Palabras clave: Ingeniería civil, métodos numéricos.

MATHEMATICAL MODELS IN CIVIL ENGINEERING

Abstract.- In many texts of Numerical Methods, abstract situations or models that are far from the area of knowledge in which they are applied are presented; it is important to direct the course in the context in which it is going to be used, and with this to motivate the students and induce them at the same time to the specific subjects of Civil Engineering as Structural Analysis, Mechanics of Materials, subjects where there are varied applications of systems of equations and matrices and polynomial interpolation. In this paper problems of application are presented and the conclusions presented when presented in the classroom.

Keywords: Civil engineering, numerical methods.

Introducción

La sociedad cambia de manera vertiginosa, la vida de las Instituciones de Educación Superior (IES) deben estar acorde a estas transformaciones. (Arroyo, F, 1999). Para estar *ad-hoc* a estos cambios y mejorar el aprovechamiento de los alumnos en la asignatura Métodos Numéricos dado que el profesor de manera general no incluye aplicaciones prácticas para solucionar problemas o éstos se presentan en forma abstracta fuera del contexto de Ingeniería Civil (IC), que para el estudiante de dicha carrera no tiene significado, ni mucho menos aplicación real, además que de manera general en las IES solo existe un curso de Métodos Numéricos en la currícula de la carrera, por lo que es recomendable que durante la estancia de esta asignatura se aproveche al máximo para conocer y dar sentido a los métodos y a las aplicaciones propuestas.

En diversas IES como se describe en el estudio de Ángeles, L., *et al* 2017 del Instituto Tecnológico de Altamira y Arroyo F., Cano J., Arroyo, M. en el Instituto Tecnológico de Cancún, se ha observado que en las diferentes carreras de Ingeniería, los índices de reprobación más elevados se tienen en los primeros años, muchas veces debido a que los nuevos estudiantes carecen de las competencias y aptitudes para desarrollarse académicamente de manera óptima aunado que no le encuentran sentido o aplicación real a las asignaturas; a pesar de que algunos llegan a obtener las puntuaciones más altas en el examen del CENEVAL (1300 puntos ICNE) .

Para revertir los altos índices de reprobación es esta asignatura se pusieron en marcha varias acciones, una de éstas es dar un significado más real a los problemas planteados en el aula y enfocados al ámbito de la carrera en cuestión, que para este caso es IC. Para lo cual se presentan a continuación algunos ejemplos desarrollados durante el curso. (Arroyo, F., 2019)

Metodología

En la asignatura Métodos Numéricos la cual está dentro de la retícula de la carrera de IC del TecNM, los alumnos regulares la cursan en el 4º semestre; esta materia aporta al perfil del Ingeniero Civil estrategias para resolver problemas de aplicación matemática. Y se debe de hacer un análisis referente a las matemáticas aplicadas, identificando los temas

[1] Dr. Arroyo Rodríguez Francisco José. Profesor del Departamento de Ingenierías en el Instituto Tecnológico de Cancún perteneciente al TecNM (Tecnológico Nacional de México). arroyofrancisco2013@hotmail.com (**Autor corresponsal**).
[2] Ing. Arroyo Terrazas Mauricio. Egresado de la carrera de Ingeniería Civil en el Instituto Tecnológico de Cancún perteneciente al TecNM (Tecnológico Nacional de México). maoarroyo@gmail.com

más importantes de mayor aplicación en el quehacer profesional del Ingeniero Civil. Para lo cual en cada Tema o subtema para que sea más significativo y efectivo el aprendizaje, se deben buscar partir de experiencias cotidianas, para que el estudiante se acostumbre al ámbito ingenieril. Ésta puede ser simple y enfocada a dar solución de tal forma que con las herramientas académicas que ha adquirido durante el transcurso de los primeros semestres pueda dar solución a problemas específicos de la carrera.

Con el fin que el ejercicio de aplicación sea atractivo, se seleccionó la asignatura "Análisis Estructural" misma que se cursa durante el 6º semestre de la carrera del IC. (TecNM 2019)

Dentro del Temario se seleccionaron las competencias a desarrollar y se menciona la importancia que conllevan para la formación como Ingeniero Civil. La asignatura Análisis Estructural proporciona las bases para el diseño de elementos de estructuras en las diversas obras que intervienen en la IC en la cual es importante la obtención de los elementos mecánicos y el cálculo de deflexiones en estructuras estáticamente determinadas e indeterminadas permiten conocer el comportamiento de éstas cuando se les somete a diferentes combinaciones de carga, datos necesarios para el diseño de los elementos estructurales.

De las fuentes de información o bibliografía recomendada mencionada en el Temario se seleccionó uno de los textos, nuevamente para generar interés en el alumno y que observe la aplicación real en el desarrollo de los métodos seleccionados para dar solución al ejercicio real. Para este caso en particular de la bibliografía recomendada del Temario de Análisis Estructural del Tecnológico Nacional de México (TecNM) se seleccionó un ejercicio del libro de González, O., (2017). Análisis Estructural. LIMUSA, México.

Ejemplo 1: Se tiene una viga continua de 4 claros de 5m cada uno, se le aplica una carga vertical de 20 toneladas, como se muestra en la figura 1, calcular las reacciones finales.

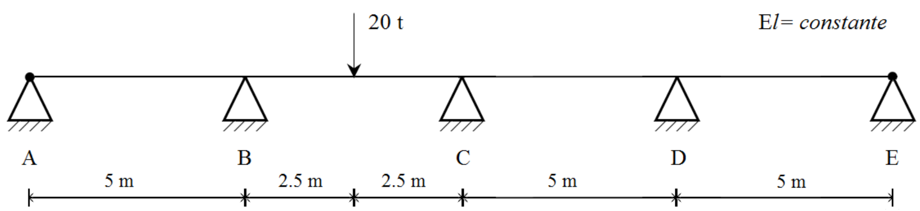


Figura 1. Viga continúa de 20 m con una carga aplicada de 20 t.

Se aplicó el método de las fuerzas para vigas descrito en el libro de Gonzales, O. (2017). Análisis Estructural, capítulo 4 como se tienen 5 incógnitas de reacción y 2 ecuaciones de equilibrio, la viga tiene un grado de indeterminación de 3. La viga hiperestática (estáticamente indeterminada) se ha transformado en isostática (estáticamente determinada) eliminando los 3 puntos de carga interiores; se plantea una viga isostática fundamental y después de realizar los cálculos de las deformaciones de la estructura isostatica, bajo la acción de la carga, se aplican fuerzas arbitrariamente en las secciones donde se eliminaron las restricciones y se calculan las deformaciones procucidas por éstas fuerzas correctivas. Se aplica una una fuerza por cada restriccion eliminada en la hiperestatica, se calculan las deformaciones debidas a cada fuerza y se plantea el sistema de ecuaciones; el planteamiento de las ecuaciones de compatibilidad geometrica y cálculo de las fuerzas correctivas. Como E*l* =constante, se elimina y se resuelve el sistema de ecuaciones por cualquier método.

$$2278.63 + 93.75\ X_B + 114.58\ X_C + 72.92\ X_D = 0$$
$$3046.90 + 114.58\ X_B + 166.67\ X_C + 114.58\ X_D = 0$$
$$1992.2 + 72.92\ X_B + 114.58\ X_C + 93.75\ X_D = 0$$

En esta parte se introduce en el tema de: Solución de sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss-Seidel. Este problema se reduce a la solución de un sistema de "m" ecuaciones lineales con un "n" de incógnitas de la forma siguiente:

$$A_{1,1}X_B + A_{1,2}X_c + A_{1,3}X_D = B_1$$
$$A_{2,1}X_B + A_{2,2}X_c + A_{2,3}X_D = B_2$$
$$A_{3,1}X_B + A_{3,2}X_c + A_{3,3}X_D = B_3$$

AvaCient ISSN 2594-018X
Año 4, Núm.2, Vol. VII, 57-65 pp.

Con notación matricial se escribe de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X_B \\ X_c \\ X_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}$$

O bien:

$$\mathbf{Ax = b}$$

Donde **A** se llama matriz coeficiente del sistema, **x** es el vector a resolver, y **b** es el vector de términos independientes. Existen para su solución diferentes métodos directos como:

- Eliminación de Gauss.
- Eliminación de Gauss por pivoteo.
- Eliminación de Jordan.
- Inversa por Gauss.

Este ejercicio se resolverá por el método Gauss-Seidel, el cual es un nuevo procedimiento a desarrollar dentro del temario de la asignatura correspondiente, se parte de que **Ax = b** para obtener la ecuación:

$$A\mathbf{x} - \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

La ecuación vectorial correspondiente a f(x) = 0, por lo que se busca una matriz **B**, y un vector **c**, de manera que la ecuación vectorial sea:

$$\mathbf{x = Bx + c}$$

La forma que la solución tiene que tomar, es un vector inicial $x^{(0)}$ como primera aproximación al vector **x**. Luego se calcula con la ecuación **x = Bx + c**, la sucesión vectorial $\mathbf{x}^{(1)}$, $\mathbf{x}^{(2)}$, $\mathbf{x}^{(3)}$… $\mathbf{x}^{(n)}$, como se muestra a continuación:

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}^{k} + \boldsymbol{c}, \text{ donde k = 0, 1, 2,…, n}$$

$$\text{Así:} \quad \boldsymbol{x}^{(k)} = [\boldsymbol{x_1}^k \quad \boldsymbol{x_2}^k \quad \boldsymbol{x_3}^k \quad \dots \quad \boldsymbol{x_n}^k]^T$$

La sucesión $\mathbf{x}^{(0)}$, $\mathbf{x}^{(1)}$, $\mathbf{x}^{(2)}$, $\mathbf{x}^{(3)}$… $\mathbf{x}^{(n)}$, debe converger al vector solución **x**, por lo que es necesario que x_j^m, $1 \leq j \leq n$ (es decir, todos los componentes del vector $x^{(m)}$ se aproximen a x_j, $1 \leq j \leq n$ que corresponden a **x**), todas las diferencias $|x_j^m - x_j|$, $1 \leq j \leq n$ sean menor a un valor previamente establecido que generalmente es pequeño de acuerdo a las características del problema y que conserven menos los valores todos los vectores de la iteración:

$$\lim_{m \to \infty} x_j{}^m = x_j \qquad 1 \leq j \leq n$$

Para este ejemplo se define el algoritmo y su convergencia ε; dado el sistema A**x = b**, la manera más simple es despejar x_1 de la primera ecuación, x_2 de la segunda, y así sucesivamente. Se sabe que debe ser en la diagonal principal cuando son distintas de cero y es más rápido cuando estos valores son aproximadamente = |1|.
El sistema de ecuaciones queda de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} A_{1,1}x + A_{1,2}y + A_{1,3}w &= b_1 \\ A_{2,1}x + A_{2,2}y + A_{2,3}w &= b_2 \\ A_{3,1}x + A_{3,2}y + A_{3,3}w &= b_3 \end{aligned}$$

Se proponen:

$$x^{(0)} = b_1/A_{1,1} \ , \ \ y^{(0)} = b_2/A_{2,2} \ , \ \ w^{(0)}=b_3/A_{3,3}$$

AvaCient ISSN 2594-018X
Año 4, Núm.2, Vol. VII, 57-65 pp.

Para verificar el valor ε que se tiene, se sustituye en la ecuación original como se muestra a continuación:

$$A_{1,1}x^{(0)} + A_{1,2}y^{(0)} + A_{1,3}w^{(0)} = {b_1}^{(0)}$$
$$A_{2,1}x^{(0)} + A_{2,2}y^{(0)} + A_{2,3}w^{(0)} = {b_2}^{(0)}$$
$$A_{3,1}x^{(0)} + A_{3,2}y^{(0)} + A_{3,3}w^{(0)} = {b_3}^{(0)}$$

Así los valores

$$\Delta\, b_1^{(0)} = b_1 - {b_1}^{(0)}$$
$$\Delta\, b_2^{(0)} = b_2 - {b_2}^{(0)}$$
$$\Delta\, b_3^{(0)} = b_3 - {b_3}^{(0)}$$

Se comparan los valores de ε**,** sí: $\Delta\, b_1^{(0)} \leq \varepsilon$, $\Delta\, b_2^{(0)} \leq \varepsilon$ y $\Delta\, b_3^{(0)} \leq \varepsilon$ Se detiene el proceso.

Para el cálculo del segundo elemento del vector $\mathbf{x}^{(1)}$ se sustituye $x^{(0)}$ para este caso resultan:

$$x^{(1)} = \frac{b_1}{A_{1,1}} - \frac{A_{1,2}}{A_{1,1}}y^{(0)} - \frac{A_{1,3}}{A_{1,1}}w^{(0)} = \frac{b_1 - A_{1,2}y^{(0)} - A_{1,3}w^{(0)}}{A_{1,1}}$$
$$y^{(1)} = \frac{b_2}{A_{2,2}} - \frac{A_{2,1}}{A_{2,2}}x^{(1)} - \frac{A_{2,3}}{A_{2,2}}w^{(0)} = \frac{b_2 - A_{2,1}x^{(1)} - A_{2,3}w^{(0)}}{A_{2,2}}$$
$$w^{(1)} = \frac{b_3}{A_{3,3}} - \frac{A_{3,1}}{A_{3,3}}x^{(1)} - \frac{A_{3,2}}{A_{3,3}}y^{(1)} = \frac{b_3 - A_{3,1}x^{(1)} - A_{3,2}y^{(1)}}{A_{3,3}}$$

Para verificar el valor de ε que se tiene, se sustituye en la ecuación original como se observa a continuación:

$$A_{1,1}x^{(1)} + A_{1,2}y^{(1)} + A_{1,3}w^{(1)} = {b_1}^{(1)}$$
$$A_{2,1}x^{(1)} + A_{2,2}y^{(1)} + A_{2,3}w^{(1)} = {b_2}^{(1)}$$
$$A_{3,1}x^{(1)} + A_{3,2}y^{(1)} + A_{3,3}w^{(1)} = {b_3}^{(1)}$$

Así los valores

$$\Delta\, b_1^{(1)} = b_1 - {b_1}^{(1)}$$
$$\Delta\, b_2^{(1)} = b_2 - {b_2}^{(1)}$$
$$\Delta\, b_3^{(1)} = b_3 - {b_3}^{(1)}$$

Se pretende que: $\Delta\, b_1^{(0)} \geq \Delta\, b_1^{(1)}$, $\Delta\, b_2^{(0)} \geq \Delta\, b_2^{(1)}$, $\Delta\, b_3^{(0)} \geq \Delta\, b_3^{(1)}$.

Y nuevamente se comparan los valores de ε**,** sí: $\Delta\, b_1^{(1)} \leq \varepsilon$, $\Delta\, b_2^{(1)} \leq \varepsilon$ y $\Delta\, b_3^{(1)} \leq \varepsilon$. Se detiene el proceso.

Para el cálculo del siguiente elemento del vector $\mathbf{x}^{(2)}$ se sustituye $x^{(1)}$ se obtienen los valores siguientes:

$$x^{(2)} = \frac{b_1 - A_{1,2}y^{(1)} - A_{1,3}w^{(1)}}{A_{1,1}}$$
$$y^{(2)} = \frac{b_2 - A_{2,1}x^{(2)} - A_{2,3}w^{(1)}}{A_{2,2}}$$
$$w^{(2)} = \frac{b_3 - A_{3,1}x^{(2)} - A_{3,2}y^{(2)}}{A_{3,3}}$$

Y se prosigue con el proceso.
Para facilitar la visualización de los valores de x, y &, w así como los de Δb_1, $\Delta\, b_2$ & $\Delta\, b_3$, se elabora una tabla donde se resumen estos datos como sigue:

AvaCient ISSN 2594-018X
Año 4, Núm.2, Vol. VII, 57-65 pp.

Tabla 1. Resumen de iteraciones, valores y de ε obtenidos del procedimiento Iterativo Gauss Seidel.

Iteración	**Valor x**	Δb_1,	**Valor y**	Δ b_2	**Valor w**	Δ b_3
0	$x^{(0)}$	$\Delta b_1^{(0)}$	$y^{(0)}$	$\Delta b_2^{(0)}$	$w^{(0)}$	$\Delta b_3^{(0)}$
1	$x^{(1)}$	$\Delta b_1^{(1)}$	$y^{(1)}$	$\Delta b_2^{(1)}$	$w^{(1)}$	$\Delta b_3^{(1)}$
2	$x^{(2)}$	$\Delta b_1^{(2)}$	$y^{(2)}$	$\Delta b_2^{(2)}$	$w^{(2)}$	$\Delta b_3^{(2)}$
3	$x^{(3)}$	$\Delta b_1^{(3)}$	$y^{(3)}$	$\Delta b_2^{(3)}$	$w^{(3)}$	$\Delta b_3^{(3)}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

En la tabla 1 se pueden observar sí se reducen los valores de Δb_1, Δb_2 y Δb_3 en cada iteración; en caso que se incrementen es por algún error de cálculo que se cometa.

¿Cuántas iteraciones se requieren para finalizar el proceso? Cuando se llegue al valor **ε** de convergencia proporcionado desde el inicio y/o de acuerdo a la aplicación.

El número de iteraciones dependerá de la **ε** seleccionada, este método numérico tiene las siguientes ventajas:

- Se considera más eficientes que los directos para sistemas muy precisos.
- Se puede obtener fácilmente una solución *a groso modo*.
- En todo momento se conoce el error que se comete (en cada iteración).
- Se puede seleccionar la precisión que se requiera desde un inicio.
- En caso de programarlo es más fácil y se emplea menos memoria que otros métodos.

También tiene ciertas desventajas:

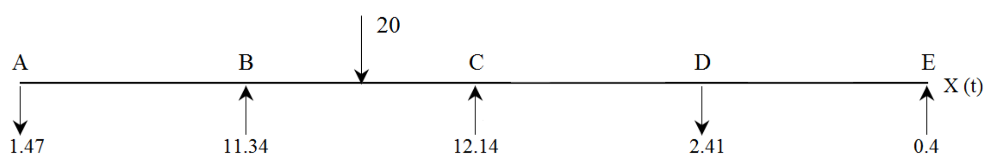
- No se obtiene $\mathbf{A}^{-1}$, ni el det **A.**
- Al realizar los cálculos la convergencia está asegurada y puede ser lenta.
- Puede oscilar el sistema de convergencia y demorar el cálculo con la exactitud planteada desde un inicio.

Se soluciona el problema llegando a:

$X_B = -11.34$ t ↑ $X_C = -12.14$ t ↑ $X_D = +2.41$ t ↓

$\sum M_A = 0$ $X_E = 0.4$ t ↑ $\sum M_E = 0$ $X_A = 1.47$ t ↓

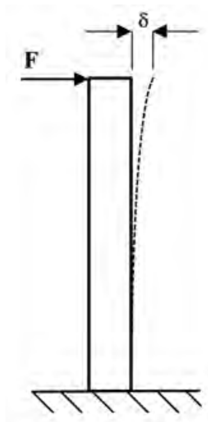
Las reacciones finales se representan en la Figura 2.



Mediante la solución del ejercicio se observa la importancia de conocer los métodos de solución de ecuaciones simultáneas lineales y su aplicación en el cálculo de reacciones en una viga determinada.

AvaCient ISSN 2594-018X
Año 4, Núm.2, Vol. VII, 57-65 pp.

Ejemplo 2. Del libro de Gail A., Neville, A. (2004). Análisis Estructural. Un enfoque unificado convencional y matricial. Se presenta una columna a la que se aplica una Fuerza horizontal **F** en el extremo libre y tiene una deformación **δ,** ésta última es una función de **F** es decir $\delta_0 = f(F_0)$; se miden las deformaciones al incrementar la fuerza y se recopilan los datos en la tabla como se muestra a continuación:



Medición	Fuerza	Deformación
0	F_0	δ_0
1	F_1	δ_1
2	F_2	δ_2
3	F_3	δ_3
4	F_4	δ_4

Figura 3. Diagrama de fuerza aplicada a una columna, y su deformación, con tabla de datos correspondiente.

Se considera que la fuerza es solamente perpendicular a la columna y ésta mantiene su forma al aplicar la fuerza, el problema consiste en determinar si al aplicar una determinada $\mathbf{F_5}$, que deformación δ_5 tendrá, ya que el constructor establece que si ésta rebaza la deformación máxima δ_{max} puede fracturarse dicho elemento.

Para éste problema se empleará un método conocido como extrapolación por medio de la aproximación polinomial, la cual requiere solucionar ecuaciones lineales. El cálculo se realiza fácilmente si son pocos pares de datos < 5. Si es mayor, pueden resultar complejo.

La solución es la siguiente:

La ecuación se expresa de manera general y después se particulariza a la columna mencionada; se parte de una función *f(x)* a encontrar, expresada en forma tabular y es de 1er grado (ecuación de una línea recta) y se escribe:

$$p(x)=a_o(x-x_1) + a_1(x-x_o) \tag{1}$$

De donde x_0 y x_1 son los argumentos de los puntos conocidos x_0, $f(x_0)$, & x_1, $f(x_1)$, y las literales a_0, y a_1 son los coeficientes a determinar, para encontrar el valor de a_0; se supone $x = x_0$ en la anterior ecuación y queda de la siguiente manera:

$$a_0 = \frac{p(x_0)}{x_0-x_1} = \frac{f(x_0)}{x_0-x_1} \tag{2}$$

Y para encontrar el valor de a_1, se sustituye en valor $x = x_1$, y se obtiene como resultado:

$$a_1 = \frac{p(x_1)}{x_1 - x_0} = \frac{f(x_1)}{x_1 - x_0} \tag{3}$$

Al sustituir las ecuaciones (3) y (2) en la (1) se obtiene:

$$\mathrm{p(x)} = \frac{f(x_0)}{x_0 - x_1}(\mathrm{x} - x_1) + \frac{f(x_1)}{x_1 - x_0}(\mathrm{x} - x_0) = \frac{(\mathrm{x} - x_1)}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{(\mathrm{x} - x_0)}{x_1 - x_0} f(x_1)$$

Para el polinomio de 2º grado (ecuación de una parábola) queda de la forma siguiente:

$$P_2(x)=a_o(x-x_1)(x-x_2) + a_1(x-x_o)(x-x_2)+ a_2(x-x_o)(x-x_1)$$

Donde:

$$a_2 = \frac{f(x_2)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}$$

Para éste caso se empleará el método de aproximación polinomial de Newton donde:

$$p_1(\mathrm{F}) = \delta_0 + (\mathrm{F} - F_0)f[\delta_0, \delta_1]$$

Recordando que en este método el valor de $f[\delta_0, \delta_1] = \frac{\delta_1 - \delta_0}{F_1 - F_0}$

La ecuación de 2º grado es:

$$p_2(\mathrm{x}) = \delta_0 + (\mathrm{F} - F_0)f[\delta_0, \delta_1] + (\mathrm{F} - F_0)(\mathrm{F} - F_1)f[\delta_0, \delta_1, \delta_2]$$

La ecuación de 3er grado es:

$$p_3(\mathrm{x}) = \delta_0 + (\mathrm{F} - F_0)f[\delta_0, \delta_1] + (\mathrm{F} - F_0)(\mathrm{F} - F_1)f[\delta_0, \delta_1, \delta_2] + (\mathrm{F} - F_0)(\mathrm{F} - F_1)(\mathrm{F} - F_2)f[\delta_0, \delta_1, \delta_2, \delta_3]$$

Para visualizar más fácil la tabulación de cada uno de los términos se puede generar la tabla 2.

Tabla 2. Tabulación general de aproximación polinomial.

F	δ	1er término	2º término	3er término
F_0	δ_0			
		$f[\delta_0, \delta_1] = \frac{\delta_1 - \delta_0}{F_1 - F_0}$		
			$f[\delta_0, \delta_1, \delta_2] = \frac{f[\delta_1, \delta_2] - f[\delta_0, \delta_1]}{F_2 - F_0}$	
F_1	δ_1	$f[\delta_1, \delta_2] = \frac{\delta_2 - \delta_1}{F_2 - F_1}$		$f[\delta_0, \delta_1, \delta_2, \delta_3] = \frac{f[\delta_1, \delta_2, \delta_3] - f[\delta_0, \delta_1, \delta_2]}{F_3 - F_0}$
F_2	δ_2		$f[\delta_1, \delta_2, \delta_3] = \frac{f[\delta_2, \delta_3] - f[\delta_1, \delta_2]}{F_3 - F_1}$	$f[\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4] = \frac{f[\delta_2, \delta_3, \delta_4] - f[\delta_1, \delta_2, \delta_3]}{F_4 - F_1}$
		$f[\delta_2, \delta_3] = \frac{\delta_3 - \delta_2}{F_3 - F_2}$		
F_3	δ_3		$f[\delta_2, \delta_3, \delta_4] = \frac{f[\delta_3, \delta_4] - f[\delta_2, \delta_3]}{F_4 - F_2}$	
		$f[\delta_3, \delta_4] = \frac{\delta_4 - \delta_3}{F_4 - F_3}$		
F_4	δ_4			

El 4º término es:

$$f[\delta_0, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4] = \frac{f[\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4] - f[\delta_0, \delta_1, \delta_2, \delta_4]}{F_4 - F_0}$$

Y la solución es el polinomio de 4º orden:

$$p_4(\mathrm{x}) = \delta_0 + (\mathrm{F} - F_0)f[\delta_0, \delta_1] + (\mathrm{F} - F_0)(\mathrm{F} - F_1)f[\delta_0, \delta_1, \delta_2] + (\mathrm{F} - F_0)(\mathrm{F} - F_1)(\mathrm{F} - F_2)f[\delta_0, \delta_1, \delta_2, \delta_3] + (\mathrm{F} - F_0)(\mathrm{F} - F_1)(\mathrm{F} - F_2)(\mathrm{F} - F_3)f[\delta_0, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4]$$

Se sustituyen los valores de F_0, F_1, F_2, F_3, F_4, y deben obtenerse los valores de la función y para este caso en particular los valores de las deformaciones δ_0, δ_1, δ_2, δ_3, δ_4. Estos resultados deben ser exactos para realizar una extrapolación al sustituir el valor de F_5, y debe de ser un valor menor al de deformación máxima δ_{max} para evitar una posible fractura en la columna.

Resultados

Al explicar el método Gauss-Seidel con un enfoque inicial de una estructura simplemente apoyada, y en el método de extrapolación por el método polinomial, al presentar una columna a la que se aplica una Fuerza horizontal **F** *versus* la deformación δ; el estudiante de **IC**, no solo aprende el método, sino que le pone más interés al poder solucionar un problema en su campo de aplicación.

Se han reducido notablemente los índices de reprobación es esta asignatura al emplear ejercicios similares a los expuesto, enfocados a la Ingeniería Civil.

Recomendaciones

Seguir aplicando ejercicios similares y dar seguimiento para verificar cuanto se reducen los índices de reprobación. Realizar estudios comparativos a nivel nacional.

Referencias bibliográficas

Ángeles, L., Gómez, G., Guerrero, J., Morales, S., Gómez, S. (Febrero, 2017). Detección de deficiencias académicas en los aspirantes en 2015 a las ingenierías del Instituto Tecnológico de Altamira. Memorias del Congreso Internacional de Investigación Academia Journals. Fresnillo, Zacatecas México. Consulta enero 2019. https://drive.google.com/drive/folders/0B4GS5FQQLif9enpDclljdTBoMms

Arroyo, F., Cano, J., Arroyo, M. (Mayo 2019). Detección de deficiencias académicas en los aspirantes en 2018 a las ingenierías del Instituto Tecnológico de Cancún. Memorias del Congreso Internacional de Investigación Academia Journals. Chetumal, Quintana Roo, México. Consulta junio 2019. https://drive.google.com/drive/folders/1Vevhfjr1BkMMyNlm4fbs7F7We-SQHHvV

Arroyo, F. (2018).Apuntes de asignatura Métodos Numéricos. Instituto Tecnológico de Cancún. TecNM. México.

Arroyo F. (1999). Metodología de la investigación como eje central de otras asignaturas. XXIII Congreso Nacional de la Academia Nacional de Ingeniería. La educación en Ingeniería, Perspectivas al inicio del III Milenio. Universidad Autónoma de Nuevo León, Monterrey, México.

Barrett, R., Berry, M., Chan, T., Demmel, J., Donato, J., Dongarra, J., Eijkhout, V., Pozo, R., Romine, C., y Van der Vorst, H. (1994). Plantillas para la solución de sistemas lineales. Bloques de construcción para métodos iterativos. 2ª edición. Filadelfia, Estados Unidos.

Burden, R., Faires, J. (2013). Análisis Numérico. 9ª edición. CENGACE Learning Editores SA de CV. México

Cano, J., Arroyo, F., Arroyo, M. (Mayo 2018). Detección de deficiencias académicas en los aspirantes en 2017 a las ingenierías del Instituto Tecnológico de Cancún. Memorias del Congreso Internacional de Investigación Academia Journals. Chetumal, Quintana Roo, México. Consulta enero 2019. https://drive.google.com/drive/folders/1nVmDJmY8gBjI7gKB5EywJuNYS42Ph05c

CENEVAL (Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior). (2019). Guía EXANI-II. Examen Nacional de Ingreso a la Educación Superior 22ª. Edición. Consulta enero 2019. http://www.ceneval.edu.mx/documents/20182/35992/Gu%C3%ADa+EXANI-II+22a+ed+Final.pdf/70ddf03d-ce4d-4c8d-944e-9ebbe9fdeb33

Chapra, S., Conale, R. (2007) Métodos numéricos para Ingenieros. 5ª edición. Mc. Graw Hill. México.

Ghali, A., & Neville, A. M. (2004). Análisis estructural: Un enfoque unificado convencional y matricial. México: Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto.

González, O. (2017). Análisis Estructural. Editorial LIMUSA México. ISBN 978-968-18-6003-5.

Nieves, A., Domínguez, F. (2014) Métodos numéricos aplicados a la Ingeniería. 4ª edición. Grupo Editorial Patria. México.

Scheid, F., Di Constanzo, (1991) Métodos Numéricos. 2ª edición. McGraw–Hill (Serie Schaum). México. ISBN 978-161-50-28146 1615028145.

SEP (Secretaria de Educación Pública. (2016) Análisis Estructural. Ingeniería Civil. Editado por TecNM (Tecnológico Nacional de México). México. Consultado julio 2019.
https://snitmx-my.sharepoint.com/personal/d_docencia01_tecnm_mx/_layouts/15/guestaccess.aspx?docid=0fb84bd0d0e5d4f47ad43623df376f566&authkey=Ac56eRDSqkrrQVITTIwVN0s&e=ed48c610c9d348408c109088d652e516

SEP (Secretaria de Educación Pública. (2016) Métodos Numéricos. Ingeniería Civil. Editado por TecNM (Tecnológico Nacional de México). México. Consultado julio 2019.
https://snitmx-my.sharepoint.com/personal/d_docencia01_tecnm_mx/_layouts/15/guestaccess.aspx?docid=0fb84bd0d0e5d4f47ad43623df376f566&authkey=Ac56eRDSqkrrQVITTIwVN0s&e=ed48c610c9d348408c109088d652e516

TecNM ((Tecnológico Nacional de México). (2016) Retícula de la carrera de Ingeniería Civil 2010 208. Editado por TecNM. México. Consultado enero 2019: https://www.tecnm.mx/images/areas/docencia/licenciatura_2009_2010/noviembre2012/Reticula_Ingenieria_Civil_ICIV-2010-208.pdf