

## OPTIMIZACIÓN DE LA ENERGÍA DE HELMHOLTZ MEDIANTE INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Elsa Ortega de Ávila<sup>1</sup>, Luis Ángel Correa García<sup>2</sup>,  
Juan Carlos Pino Acevedo<sup>3</sup>, José Martín Barajas Guerrero<sup>4</sup>, Miguel Ramírez Sotelo<sup>5</sup>

ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA

Recibido: 08/01/2024 Aceptado: 07/05/2024

**Resumen.** Para las Ciencias de la Ingeniería es importante contar con programas de cómputo dinámico que proporcionen respuesta a problemas informáticos con soluciones complejas, robustas y capacidad de adaptarse a diversos usuarios, por lo que deben ser diseñados y construidos acorde a las necesidades particulares. La investigación presenta una función para obtener una solución que consiste en minimizar la Energía de Helmholtz para el modelo Hard Gaussian Overlap, por medio del método de Inteligencia Artificial. Se propone una ecuación de estado para la fase Isotrópica y otra para la Nemática. Particularmente se calcularán las variables V y W, que son los parámetros anisotrópicos repulsivos mediante el método de Algoritmos Genéticos, los cuales durante varias generaciones (iteraciones) se calcula la solución óptima de dicha transición. Se concluye que el modelo estudiado superó lo encontrado en la literatura y puede ser utilizado como método de Inteligencia Artificial para resolver otro tipo de problemas en la producción de empresas o para mejorar el ahorro de energía. Implementar algoritmos para la toma de decisiones y en aplicaciones tecnológicas.

**Palabras clave:** Algoritmos, genéticos, inteligencia, artificial, búsquedas.

## OPTIMISING HELMHOLTZ'S ENERGY USING ARTIFICIAL INTELLIGENCE

**Abstract-** For Engineering Sciences, it is important to have dynamic computer programs that provide answers to computer problems with complex, robust solutions and the ability to adapt to different users, so they must be designed and built according to particular needs. The research presents a function to obtain a solution that consists of minimizing the Helmholtz Energy for the Hard Gaussian Overlap model, by means of the Artificial Intelligence method. An equation of state is proposed for the Isotropic phase and another for the Nematics phase. In particular the variables V & W, which are the repulsive anisotropic parameters, will be calculated using the method of Genetic Algorithms, which during several generations (iterations) the optimal solution of this transition is calculated. It is concluded that the model studied surpassed what has been found in the literature and can be used as an Artificial Intelligence method to solve other types of problems in the production of enterprises or to improve energy savings. Implementing algorithms for decision-making and technological applications.

**Keywords:** Algorithms, genetic, intelligence, artificial, search.

### Introducción

Actualmente se realiza de forma manual la minimización de la función de la energía de Helmholtz por el modelo Hard Gaussian Overlap, que ordena las moléculas para el buen funcionamiento de los cristales líquidos, lo que presenta un área de oportunidad para adentrarse en el conocimiento tanto de los cristales líquidos, algoritmos genéticos y aplicar la programación en lenguaje Java a un problema real; al desarrollar un programa computacional

<sup>1</sup> Doctora asignada al posgrado del Tecnológico Nacional de México/ IT Zacatecas <https://orcid.org/0000-0003-0405-2978>. CVU CONAHCYT: 834373. [elsa.ortega@zacatecas.tecnm.mx](mailto:elsa.ortega@zacatecas.tecnm.mx) (**Autor correspondiente**).

<sup>2</sup> Doctor asignado al posgrado del Tecnológico Nacional de México/ IT Zacatecas <https://orcid.org/0000-0002-3255-7191>. CVU CONAHCYT: 309502. [luis.cg@zacatecas.tecnm.mx](mailto:luis.cg@zacatecas.tecnm.mx)

<sup>3</sup> Doctor asignado al posgrado del Tecnológico Nacional de México/ IT Zacatecas <https://orcid.org/0000-0003-0252-8952>. CVU CONAHCYT: 40260. [juan.pinoacevedo@zacatecas.tecnm.mx](mailto:juan.pinoacevedo@zacatecas.tecnm.mx)

<sup>4</sup> Jefe de Laboratorio de Cómputo del Tecnológico Nacional de México/ IT Zacatecas. <https://orcid.org/0000-0002-2443-9590>. CVU CONAHCYT: 833860. [martin.barajas@zacatecas.tecnm.mx](mailto:martin.barajas@zacatecas.tecnm.mx).

<sup>5</sup> Maestro asignado al posgrado del Tecnológico Nacional de México/ IT Zacatecas <https://orcid.org/0009-0000-0966-9681>. CVU CONAHCYT 481129.: [309502miguel.ramirez@zacatecas.tecnm.mx](mailto:309502miguel.ramirez@zacatecas.tecnm.mx)

con la finalidad de disminuir la ardua tarea matemática. Por lo tanto, el objetivo de la investigación es la minimización de la función de la energía Helmholtz automatizando el método de los Algoritmos Genéticos a través de una ecuación de estado para la fase la Nemática (fase ordenada) del proceso.

La hipótesis nula es que no se puede minimizar la Energía de Helmholtz por el modelo Hard Gaussian Overlap porque las diferencias entre las fases son dispersa y la hipótesis alternativa es que por medio de los algoritmos genéticos se puede minimizar la Energía de Helmholtz para el modelo Hard Gaussian Overlap encontrando las variables V y W que optimicen la solución de la diferencia de la fase Isotrópica y la fase Nemática es menor a 10-3. Estos modelos son efectivos para la toma de decisiones además es un método que busca la solución de problemas complejos y de optimización.

El programa desarrollado en su primera versión es un sistema local, es decir, no está diseñado para trabajar en ambientes web o móvil. Por lo tanto, la investigación impacta a corto plazo en el proceso enseñanza aprendizaje para la generación del conocimiento con los estudiantes. A largo plazo, beneficiará a la innovación tecnológica en los procesos. Asimismo, el modelo productivo actualmente es aplicado en la forma de producir televisores y laptops con pantallas de cristales líquidos. La sensibilidad a la temperatura en los termotrópicos es explotada en la producción de termómetros, dispositivos para diagnósticos de circulación y crecimiento de áreas de cáncer entre otros (García, 2001).

En la actualidad, los sistemas informáticos representan para las instituciones, un medio eficaz para agilizar los procedimientos que se desarrollan. Incrementan la productividad al implementar Tecnologías de Información, modelos y estructuras de datos para cubrir las necesidades, actuales y futuras, en instituciones que disponen de este tipo de programas. El documento se estructura en un inicio por el planteamiento del problema, seguido el apartado teórico, el cual expone el modelo Hard Gaussian Overlap, posteriormente se desarrolla la metodología y por último se presentan los resultados de la función.

#### Marco Teórico

La carencia de inversión en tecnología permanece como un problema fundamental en nuestro país (Correa, 2020), debido a que las empresas, organizaciones públicas y privadas, generalmente no poseen tecnología como la Inteligencia Artificial (IA) o los Algoritmos Genéticos (AG), lo que provoca que experimentan un aumento en los costos de energía eléctrica, incremento en las pérdidas por transformación así como deficiencias en el sistema operativo en general (Borges, Push y Frías, 2017) y frena la innovación que es determinante en las organizaciones (Correa y González, 2017). La aplicación de Algoritmos Genéticos es apropiada para resolver problemas donde obtener la solución resulta demasiado laboriosa, debido a que es un área con limitado crecimiento de la Inteligencia Artificial y la carencia en su aplicación, dificulta la eficacia y confiabilidad de los sistemas.

Según Tejeda (2019) no es una tarea fácil encontrar los valores óptimos para los parámetros en los Algoritmos Genéticos de Inteligencia Artificial. Por su parte Berres, Coronel y Lagos (2018) señalan que los problemas de optimización se resuelven aplicando Algoritmos Genéticos, ya que se debe plantear la función objetivo. Otra perspectiva es la de Obando (2017) quien plantea el problema de encontrar un punto de una función bajo ciertas restricciones. En esta investigación el problema a resolver se presenta con la función  $f(\Omega, x, y, z)$ . Hoy en día, los AG están siendo utilizados en problemas de interés común, como lo pueden ser: la predicción en el mercado accionario combinando los AG con un autómata (Gómez et al., 2021), la planificación de la cartera de valores, asociados a la ingeniería aeroespacial, compra venta en mercados futuros (Wang et al., 2016), diseño de microchips, bioquímica y biología molecular, diseño de horarios en aeropuertos y líneas de montaje (Sancho, 2019).

De acuerdo a la revisión de literatura son limitadas las investigaciones sobre la IA y los AG, empero, autores como Tovar, Almanza y Montes (2016) han utilizado éste método para estimar la anisotropía HTI (Horizontal Transverse Isotropy) con migración de poblaciones, así como Ruiz (2014) con su estudio optimización multi-objetivo al problema de distribución de planta, otros ejemplos son los de Verdecia y García (2020) quien estudia la optimización estructural de una torre, por su parte Jiménez (2018) quien investiga la solución a una planificación de tareas llamado Problema de Programación de la Tienda de Trabajo y el autor Castrillón (2015) realiza un aporte respecto a ritmos cognitivos y algoritmos evolutivos en la programación de horarios en universidades.

En la actualidad, es notable el interés y avances en la Inteligencia Artificial (IA), sin embargo, existen tres grandes problemas que enfrenta: el primero es el volumen de datos, debido a que cuando incrementa, existe complejidad en el

entrenamiento de los modelos. El segundo es la limitación para las tareas múltiples y por último la comprensión de sus conclusiones. El gran volumen de datos es esencial para entrenar modelos de Inteligencia Artificial. Sin embargo, este exceso de datos puede presentar desafíos en términos de almacenamiento, procesamiento y eficiencia. La calidad de los datos también es crucial, ya que modelos entrenados con datos sesgados pueden producir resultados no deseados o injustos, un estudio relacionado con esto lo presentan Lin et al. (2017) sobre la minería de datos y los AG para acciones del mercado de valores. En cuanto a las tareas múltiples se refiere a que algunos modelos de IA tienen dificultades para realizar múltiples tareas simultáneamente. En la práctica, esto significa que un modelo entrenado específicamente para una solución puede no ser eficiente al realizar otras tareas diferentes. La adaptabilidad y la generalización de los modelos son áreas de investigación activas para abordar este problema y lograr que los modelos sean más versátiles, otra dificultad es la comprensión de las conclusiones porque algunas soluciones resultan abstractas y es difícil interpretarlas. De acuerdo a la problemática planteada, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Se puede minimizar la Energía de Helmholtz para el modelo Hard Gaussian Overlap encontrando las variables V y W que optimicen la solución de la diferencia menor a 10<sup>-3</sup> de la fase Isotrópica y la fase Nemática?

Se espera que la IA realice tareas que son difíciles para los seres humanos y pueda simular la inteligencia humana. Para esto se crean algoritmos y programas que puedan ejecutar tareas desarrolladas a partir del conocimiento en diversas áreas (Herrera, 2023). Además, se basan en mecanismos de aprendizaje en el que la acumulación de datos con procesamiento rápido y algoritmos inteligentes es lo que permite la optimización de las soluciones (Benhamou, 2022:7; Demera et al., 2023). Se han combinado los estudios de AG con redes neuronales para resaltar las ventajas de tiempo y predicciones en distintas disciplinas (Chung y Shin, 2018), como ejemplo los AG con el reconocimiento de patrones para optimizar cuadrículas, reduciendo riesgo y aumentar ganancias (Mousinoho & Ferreira, 2020). La Inteligencia Artificial es utilizada en el día a día sin que el usuario tenga conocimiento de su uso. Algunos ejemplos notables son los chatbots (atención personalizada), asistentes virtuales (como Alexa o Siri), plataformas de streaming para reproducción de audio y video, procesos selectivos y aplicaciones GPS, entre otras (National Geographic, 2023).

#### Los cristales líquidos

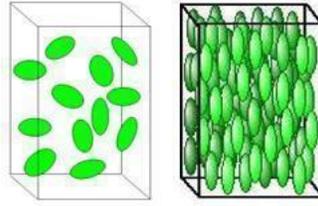
Desde 1888, Friedrich Reinitzer observó una sustancia derivada del colesterol de tipo sólida que, al calentarla formaba un líquido turbio y al seguir calentando llegaba a ser transparente. Al siguiente año el físico Alemán Otto Lehmann le pone nombre de cristales líquidos (CL). Fue hasta el año de 1964 que George Heilmeyer observó que estas sustancias al encender o apagar un campo magnético permiten el paso de la luz. Destaca que si la sustancia es sometida a un campo eléctrico cambia la orientación de sus moléculas (Chávez, 2021).

Los materiales CL poseen propiedades ópticas no lineales aún más fuertes en la fase líquido-cristalino que en la fase isotrópica, es por ello que se busca las variables óptimas termodinámicas aplicadas a los cristales líquidos mediante una función de estado para pasar de la fase isotrópica a la fase nemática. Los CL son utilizados en las pantallas de algunas computadoras y calculadoras. Las pantallas de cristal Líquido Digital (LCD) tienen muchas ventajas, como lo son su bajo consumo de energía, su capacidad para mostrar imágenes a alta resolución y la posibilidad de ser fabricadas en una amplia gama de tamaños. Según las propiedades de la sustancia, se puede aprovechar para diferentes funciones según el cambio de color por la luz que provoca la temperatura (Ortíz, 1994).

De acuerdo con los tres estados de la materia (sólido, líquido y gaseoso), los cristales líquidos corresponden a una fase intermedia entre sólidos y líquidos. Las primeras evidencias fueron descritas por Sydney (1950:32). Actualmente la aplicación de los cristales líquidos es amplia, desde las pantallas de televisores y computadoras hasta termómetros y apagadores de dispositivos térmicos. Los cristales líquidos tienen la característica de contar con cierto grado de fluidez y viscosidad que comparte con un líquido ordinario que genera propiedades ópticas como las de los cristales (Ortiz, 1994). Sus moléculas son un tanto alargadas, lo que permite que puedan ser vistas a través de un rayo de luz; presentan distintas fases de acuerdo con los procesos térmicos que se les aplica, como son: isotrópica, nemática, esméctica y colestérica (Quintana, 2000). La diferencia entre ellas es la orientación de sus ejes moleculares. De ahí que se tiene una función donde se muestra la orientación por partícula:  $f(\Omega, x, y, z)$ , donde: x, y, z son las coordenadas de los centros de las moléculas y  $\Omega$  es la orientación de la molécula.

La fase isotrópica es la desordenada, debido a que las moléculas no presentan orden orientacional ni orden posicional como se observa en la figura 1, la cual se presenta en los fluidos. Su función es  $f(\Omega, x, y, z) = \text{Constante}$ .

Figura 1. Comparativa entre la fase Isotrópica y la fase Nemática.



Nota. Es la representación de las moléculas en cada una de las fases comparadas. Elaboración propia.

La fase nemática es más sencilla y presenta orden, al menos en la orientación de sus moléculas. Aunque sigue con desorden, con respecto a sus centros de masa y posición. Su función es  $f(\Omega, x, y, z) = f(\Omega)$ . El cambio entre la fase isotrópica y la nemática depende de la temperatura.

#### Modelo Hard Gaussian Overlap (HGO)

Es un modelo molecular muy sencillo para explicar el comportamiento de las fases con interacciones repulsivas. El interés principal para estudiarlo no radica únicamente en las ventajas computacionales sobre el modelo de Elipsoides Rígidos Uniaxiales, sino en el hecho de que el modelo HGO es el sistema de referencia natural en la formulación de teoría de perturbaciones. En este se tiene la energía libre de Helmholtz por partícula de un fluido HGO (Yang & Collings, 2020), solo que en este caso utilizando la aproximación de desacoplamiento de Parsons:

$$\frac{\beta_A}{N} = \ln \ln p + 3 \ln \ln \Delta - 1 + \int f(\Omega) \ln \ln [4\pi f(\Omega)] d\Omega + \frac{(4-3n)\eta}{(1-n)^2} \quad (1)$$

$$z_0(\eta) = (1 + \eta + \eta^2 - a\eta^3) / (1 - \eta)^3 \quad (2)$$

Nótese que esta expresión presenta tres contribuciones. Los primeros tres términos se deben a la componente de la energía cinética; el cuarto término es una contribución orientacional; el quinto término se debe a una parte repulsiva o de exceso, el cual puede ser descrito utilizando la aproximación de Parsons. En la componente repulsiva de la energía libre, el volumen excluido utilizado para el modelo HGO está expresado de la forma:

$$v_{Cxl}(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{8v_M}{[1-x^2]^{\frac{1}{2}}} (1 - x^2(\Omega_1, \Omega_2)^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

La energía libre para la fase Isotrópica es obtenida al considerar  $f(\Omega)$  igual a  $1/(4\pi)$  y sustituida en la ecuación desacoplamiento de Parsons. De esta manera se obtiene que la expresión de la energía libre:

$$\frac{\beta_A}{N} = \ln \ln \rho + 3 \ln \ln \rho + \frac{(4-3n)\eta}{(1-n)^2} \left[ 1 + \frac{x}{x(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (4)$$

Utilizando la expresión:

$$\frac{PV_m}{k_B T} = \eta \left[ 1 + \eta \frac{\partial(A-A^d)}{\partial \eta} \right] \quad (5)$$

Donde:  $\eta = \rho V_m$  es la fracción de empaquetamiento,  $\rho$  es la densidad numérica,  $V_m$  es el volumen de la molécula,  $T$  es la Temperatura y  $k_B$  es la constante de Boltzmann. Además, como  $\beta = 1/k_B T$ , se tiene:

$$P^* = \frac{\beta P}{\rho} = 1 + \eta \frac{\partial(A-A^d)}{\partial \eta} \quad (6)$$

dicha ecuación se denomina la ecuación de Estado.

Para la fase isotrópica (I) se obtiene que

$$P_I^* = \frac{\beta P}{\rho} \equiv Z(\eta, X) = 1 + H(X)[Z_0(\eta) - 1] \quad (7)$$

Donde:

$$H(X) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\text{ArcSen } X}{x(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (8)$$

Es el promedio orientacional del volumen excluido,  $Z(\eta, \chi)$  es el factor de compresibilidad,  $Z_0(\eta)$  es el factor de compresibilidad de esferas duras. Para la ecuación de estado en la fase Nemática (N) que se propone en esta investigación es:

$$P_N^* = \frac{\beta P_{Nem}}{\rho} = 1 + a_0(x, \eta) \quad (9)$$

$$\text{Donde: } a_0(x, \eta) = H(X) \left[ 1 + V(1 - \eta) - w \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) \right] \quad (10)$$

Es la ecuación de estado que predice el comportamiento experimental ajustando dos o más parámetros.

### Los Algoritmos Genéticos

Los AG son las técnicas más comunes porque son sencillas para programar (Berres, Coronel & Lagos, 2018). Fueron descubiertos por John H. Holland y sus colaboradores, quienes utilizaron la codificación binaria. No obstante, actualmente se ha extendido a la codificación con números reales (Tejada, 2019). Existen una gran cantidad de métodos de optimización, los cuales se pueden agrupar en dos grandes grupos: clásicos y heurísticos (Negrín, Negrín y Chagoyén, 2020). Los AG son métodos heurísticos que resuelven problemas de optimización de búsqueda encontrando la solución óptima en un tiempo razonable (Antequera, 2020), aunque puede haber mejores rutas (Jiménez, Arango y Jiménez, 2016), los AG tienen eficacia para llegar a una solución para casi cualquier problema computacional (Sancho, 2019). Sin embargo, el propósito es generar una óptima solución teniendo en cuenta el error con respecto a la cuestión al mismo tiempo que se evalúa con la función objetivo.

Los AG crean diferentes caminos mediante la mutación y recombinación con el conjunto de hipótesis establecidas en cada iteración, se tienen un conjunto de soluciones llamado “población actual” que se actualiza reemplazando una proporción por los sucesores más aptos (Chavaje, Ortiz y Pérez, 2021). Los operadores genéticos sirven para la formación de las siguientes generaciones, los cuales son: selección, cruce, recombinación y mutación. Donde hay intercambio del material genético de los padres, el operador mutación se considera de segundo orden en comparación con los otros (Verdecia y García, 2020). Partiendo de esto, surge la fama de los AG, debido a que la evolución es un método bien probado dentro de los sistemas biológicos naturales. Además, son usados en problemas complejos de optimización, ya que obtienen soluciones con un alto grado de asertividad, aún y cuando no sean la solución ideal (Fonseca et al., 2014).

Los entes se representan como cadenas de números, que en conjunto forman una población. Así, se tienen muchos individuos y se simula una población (Tejada, 2019). Para esta investigación se propone un conjunto binario, que serían los genes de la entidad. Los números interpretan a las características de la entidad como el color de sus ojos y la estatura. Después de observar las características que forman a las mejores soluciones. Se califica a los entes de manera similar a la forma en que la naturaleza lo hace a los entes más aptos, permitiéndoles sobrevivir con una mayor probabilidad (Berzal, 2022). De esta manera funciona el operador de selección. Luego se depositan en una lista de ranking. En la naturaleza, el 50% del material genético proviene de la madre y el otro 50% del padre, pero el ente resultante es distinto a los dos padres (Kombliht, 2017).

En los AG, el porcentaje de combinación de cada ente se puede elegir según convenga. Se combinan una supervivencia adecuada, por medio de cadenas de estructura, con una información aleatoria intercambiada, con algunas de las innovaciones especiales de la búsqueda humana (De la Cruz, Fernández & González, 2018). Por último, se consideran las mutaciones donde se pueden hacer cambios radicales a los individuos con las mejores características, pero mezclados para explorar nuevas características posibles en éstos. Con la tecnología, se tiene la ventaja de que se puede hacer esto muchísimas veces en milésimas de segundo, lo que para la naturaleza le tomaría muchísimos años. El resultado es una población bastante grande de entes y, entre ellos, alguno será la mejor opción (Negrín, Negrín y Chagoyén, 2020).

Existen operaciones que se pueden hacer como: el mejor individuo de toda la progenie nunca muere; conservar al mejor ente por “n” generaciones; hacer cruzamientos con millones de descendientes; que un ente esparza su herencia genética en toda la población; entre otras. El hecho de que haya una infinidad de operaciones hace interesante el estudio de los AG (Kuri, 2022). La teoría matemática de los AG, no se ha afianzado ni ha alcanzado un nivel de desarrollo significativo porque se trata de un proceso muy complejo (Gutierrez, 2021).

Para ejecutar el procedimiento, se debe contar con la función de optimización, que es la evaluadora de los entes. De esta manera, se hace la selección de reproducción de entes y luego se mezclan los productos para la siguiente generación. Para identificar a los individuos que se cruzan se aplica el operador de selección por torneo binario, y enseguida se aplica elitismo para conservar al individuo con mayor aptitud de todas las generaciones iteradas hasta el momento (Castro, Cabanillas y García, 2017). Un factor de mutación en la siguiente generación puede ser solo una parte del ente mutado (Obando, 2017). Aún así, no es seguro llegar a la solución ideal. Estos mecanismos de la evolución operan en función de mejorar las características de sus miembros. Se tiene el detalle de que si la población inicial no es muy apta, transmitirá estas características a las generaciones futuras (Tovar, Almanza y Montes, 2016). Sin embargo, existen varias clases de cromosomas o entes dependiendo del problema a resolver, estos son:

codificación binaria, numérica, por valor directo o codificación de árbol (Espitia & Mendoza 2021). Para este estudio se realiza codificación binaria.

La aptitud de un organismo se define típicamente como la probabilidad de que el organismo vivirá para reproducirse o en función de sus descendientes (fertilidad). Para ello, se ocupa el fitness para darle a cada gen una evaluación con respecto a parámetros del problema. Esto es, cuanto más cerca esté de la solución mayor será su puntuación. En la investigación se pretenden encontrar dos variables, las cuales minimizan el error de diferencia entre la presión isotrópica y la presión nemática de los cristales líquidos.

#### Materiales y métodos

**Diseño de investigación.** El diseño es no experimental, con enfoque cuantitativo. La investigación por su naturaleza es de tipo aplicada y por su alcance descriptivo. Utiliza un método metaheurístico (a prueba y error que utiliza la programación) para la resolución de problemas. El método metaheurístico resuelve problemas computacionales dando parámetros. La principal técnica utilizada es la observación. Así como, el estudio del funcionamiento del algoritmo genético programado. El instrumento está constituido por un programa de aplicación, escrito en lenguaje de programación Java, que implementa el Algoritmo Genético.

Los operadores genéticos que se emplean en este algoritmo son: selección, cruce y mutación. Se emplean organismos haploides, esto es, constituidos por un solo cromosoma, a continuación, se describe el proceso de evaluación y selección desarrollado en la presente investigación.

#### Proceso de evaluación y selección:

1. Evaluar la puntuación (fitness), es decir, lo cerca que esté de la solución.
2. Permitir a cada uno de los entes reproducirse con su puntuación.
3. Hacer que los entes de la nueva generación intercambien material genético.
4. Cambiar alguno de los bits que se altere debido a una mutación.

El proceso es muy parecido a los pasos básicos que explican Iglesias e Iglesias (2011), donde el fitness (ajuste) es el que determina los entes que se van a reproducir y desechar. Se usa el orden o rango de acuerdo con la evaluación aplicada. Se puede realizar una operación para escalar al fitness, lo que produce la mutación de la población. Luego, seleccionar una serie de entes, por medio de rango, donde se mantiene un porcentaje de la población. Se coloca toda la población en orden de fitness, donde los menos certeros son eliminados y sustituidos por la descendencia de alguno de los más aptos. El mejor fitness será el que arroje la menor diferencia entre las presiones isotrópica y nemática.

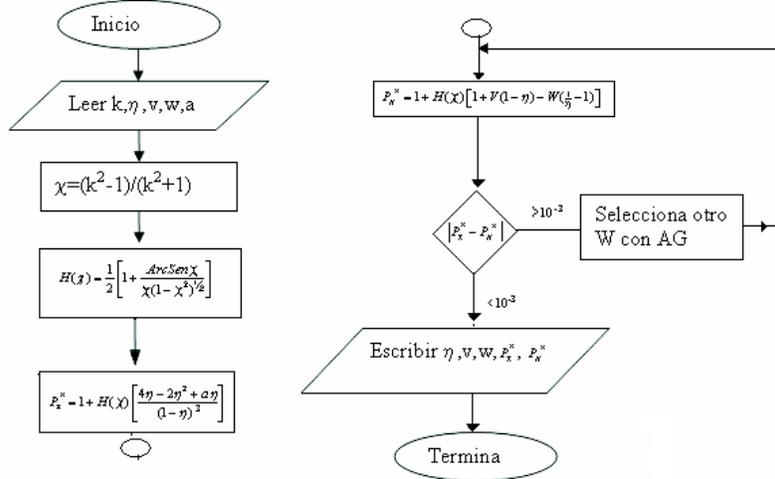
El operador cruzamiento, consiste en intercambiar el material genético entre dos padres haploides. En la reproducción haploide los genes se intercambian entre los cromosomas de los dos padres. El descendiente está conforme a la mutación, en la cual solo los nucleoides (pedacitos elementales de DNA) se cambian del padre al descendiente. Los cambios que resultan a menudo presentan errores de copiado. El operador de cruce genera dos nuevos descendientes a partir de dos cadenas padre recombinando sus bits. La función objetivo es la suma de valores absolutos de la diferencia entre la presión calculada con la teoría. La presión obtenida por simulación o experimento, según sea el caso. Es decir, para el caso en que se tenga que comparar la teoría de HGO con la optimización con Algoritmos Genéticos, se utiliza la presión obtenida por medio de simulaciones reportadas en la literatura.

#### Algoritmo de programación

Para explicar este proceso de transición de la fase Isotrópica a la fase Nemática mediante el modelo HGO, aplicando algoritmos genéticos para efectuar la optimización y minimización de la ecuación de estado propuesta en esta investigación, se presenta el diagrama de flujo de la figura 2. En la primera etapa, se introducen los valores de las variables  $k, \eta, v, w, a$ . La segunda evalúa las expresiones para  $\chi, H(\chi), P^* I, P^* N$ . La tercera etapa aplica la restricción  $|P_I - P_N| \sim 1 \times 10^{-3}$ , de no ser así, se aplica la optimización por medio de algoritmos genéticos y genera un nuevo valor de  $W$ . Se sigue esta tercera etapa de manera cíclica hasta que se cumpla con la restricción.

Finalmente, se generan los valores óptimos para  $\eta I, \eta N, V, W, P_I = P_N = P^*$ .

Figura 2. Diagrama de flujo del proceso de minimización.



Nota. Es el diagrama que describe el proceso de ajuste de las variables para que la diferencia entre las presiones sea mínima.

David Goldberg fue el primero en programar un algoritmo genético en el lenguaje “Pascal” que incluía rutinas como: Generate, initial Interfac, Random, Report, Stats, Triop y Utility (Goldberg, 1989:224). La investigación tiene como propósito predecir de forma cuantitativa las propiedades de los cristales líquidos. Para ello, se crearon cuatro clases: la principal es Sgaelsa, en ella se realizan los cálculos directamente; Graf la gráfica el comportamiento del AG; Graf2 grafica el resultado final, y; la tabla muestra una comparativa de datos reportados en la bibliografía contra los del AG. En seguida se muestra una lista de las clases y funciones que se usaron para este programa:

- sgaelsa(): constructor, crea un entorno gráfico.
- initpop(): inicializa la población, calcula el fitness y elige los dos mejores cromosomas.
- flip(): regresa 1 ó 0 al azar.
- decode(): convierte un arreglo char de 1± y 0± y regresa un entero, es decir convierte de binario a decimal
- objfunc(floatx1): evalúa el cromosoma numérico con la función objetivo.
- generacin(): hace nuevas generaciones a partir de los dos mejores cromosomas y va sacando nuevos padres.
- mutación(): hace otra generación tomando el 30 % de información de los padres.
- binario(): convierte un número a string, numero de decimal a binario.
- buttonHandler: Es el manejador de los botones. Graf i y Graf i2: Prepara los arreglos de datos que se van a graficar y los paneles.
- Paint(): Dibujar líneas con un arreglo de datos.

**Operatividad del software**

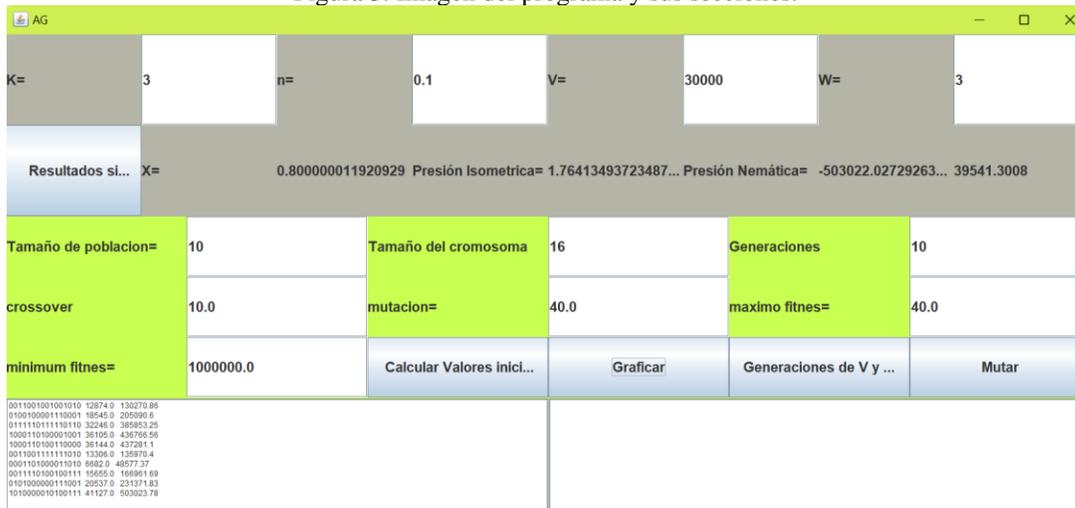
Como prueba inicial, se selecciona una muestra de 10 individuos cuya configuración de inicio se toma aleatoria. Aunque al considerar más individuos, se tienen mejores predicciones. Con respecto a los operadores genéticos, la probabilidad de cruce varía según se vaya acercando a cero el fitness y la probabilidad de mutación también varía dándole un nivel binario mayor en caso de que se requiera. Inicialmente se insertan los valores para un caso en particular: k=3, n isotrópica=0.1, V=30000 y w=3, con el fin de evaluar la robustez de los parámetros obtenidos con AG. Se ponen los mismos datos de entrada que los que se encuentran en la literatura. Se calculan diversos valores para V. De igual forma, se realizan cálculos modificando los otros datos, como se observa en la figura 3.

Ahora bien, si se utiliza AG, el primer botón a oprimir es el de calcular valores iniciales, el cual despliega en la primera lista la población inicial. El botón de graficar muestra los datos iniciales o los datos el de Generaciones de V y W, con esto se genera la lista de la derecha con el número de generación. En seguida, la lista de la nueva población como se muestra en la figura 4.

A continuación, el siguiente paso consiste en oprimir el botón que permite graficar, esto para que muestre datos con decimales en una gráfica de 1000 datos, como se observa en la figura 5. Luego se debe dar un clic en el botón de generar V y W, para obtener los datos finales y situarlos en la sección 1. Después de este proceso, lo que sigue es considerar el tope para la solución óptima. Para determinar las generaciones que se requieren de manera útil para el

algoritmo genético, se observan los efectos de la reproducción, cruzamiento y mutación sobre el crecimiento o decrecimiento de importancia en los fitness de una generación a otra generación.

Figura 3. Imagen del programa y sus secciones.



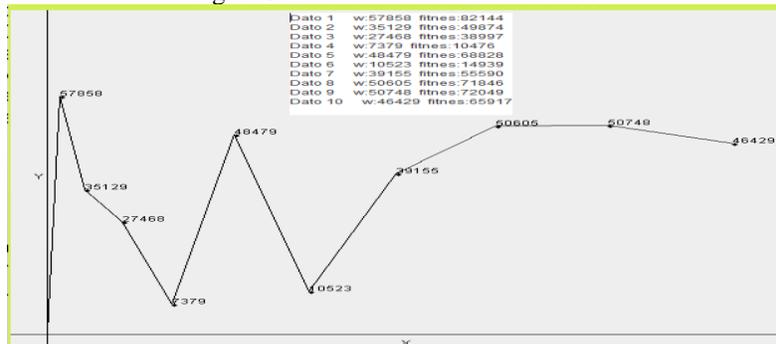
Nota. El programa está dividido en tres secciones: sección 1 (fondo gris) donde se encuentran los espacios para insertar los datos para operar de manera manual; sección 2 (fondo verde) donde se encuentran los espacios para insertar los datos para operar con AG, y; en la sección 3 se encuentran dos tablas, en la primera, se muestran los datos de la población inicial. En la segunda tabla, se presentan los datos de las poblaciones que se van generando. En la primera sección, se trata de encontrar el resultado a prueba y error, en donde se aprecia que es prácticamente imposible, pues sería estar jugando con un número infinito de posibilidades al tomar valores al azar de las variables V y W. Si se oprime dicho botón, se calcula la presión isotrópica, la presión nemática y la diferencia entre estas presiones, llamado fitness.

Figura 4. Generaciones de cadenas



Nota. Se muestran las cadenas de la primera generación y una parte de la segunda generación, en la siguiente columna se muestra el fitness o valor que obtiene cada cadena.

Figura 5. Nueva distancia entre fitness.



Nota. Se muestran las fluctuaciones que van teniendo los valores óptimos.

Los efectos de reproducción en un esquema particular se pueden determinar fácilmente, ya que subsecuentemente son más favorecidas las cadenas que tienen una probabilidad de selección por encima del promedio. En este ejemplo, se muestra que la cadena óptima está muy lejos en fitness de la segunda cadena, como se muestra en la figura 6.

Figura 6. Distancia entre fitness de cadena



Nota. Muestra los valores óptimos para cambiar de la fase Isotrópica a la fase Nemática en la última iteración.

**Resultados**

En la tabla 1 se presentan los resultados obtenidos por medio del programa desarrollado, en la cual  $k = a/b$ ,  $\eta_i$  es la fracción de empaquetamiento isotrópica,  $\eta_N$  es la fracción de empaquetamiento nemática,  $V$  y  $W$  son parámetros que permiten optimizar,  $P^*$  es la presión reducida que se compara con los resultados obtenidos con los de simulaciones por computadora y ecuaciones de estado reportadas en la literatura (De Miguel & Martín del Río, 2001) para dicho modelo, se puede apreciar que las dos últimas columnas presentan una variación mínima y están dentro de un rango aceptable.

Tabla 1. Comparación de resultados obtenidos contra los de la literatura

K	$\eta_i$	$\eta_N$	V	W	$P^*_{\text{modelo propuesto}}$	$P^*_{\text{Literatura}}$
3	0.508	0.518	24.35581870	0.263121500000000	9.9866 ± 0.49933	10.024
3.5	0.448	0.461	13.62704676	0.206528010000018	6.0371 ± 0.30185	6.511
4	0.401	0.416	8.707839971	0.166782000000013	4.7114 ± 0.23557	4.708
4.5	0.363	0.380	6.028319009	0.137932897384434	3.6629 ± 0.18314	3.648
5	0.331	0.351	4.372048766	0.116186610000000	2.9645 ± 0.14822	2.963
5.5	0.305	0.326	3.318748686	0.099430368920574	2.5012 ± 0.12506	2.490
6	0.282	0.305	2.558140106	0.086008780000005	2.1435 ± 0.10717	2.145
6.5	0.263	0.287	2.026965387	0.075485550000004	1.8879 ± 0.09439	1.884
7	0.246	0.271	1.614728046	0.066667260000003	1.6792 ± 0.08396	1.680
7.5	0.231	0.256	1.292640754	0.059126706733494	1.5104 ± 0.07552	1.516
8	0.218	0.244	1.042852690	0.053200336859951	1.3763 ± 0.06881	1.382
8.5	0.207	0.232	0.848067991	0.048010113883581	1.2732 ± 0.06366	1.270
9	0.196	0.222	0.670600935	0.043511922661076	1.1696 ± 0.05848	1.176
9.5	0.187	0.213	0.535043117	0.039822880028515	1.0934 ± 0.05467	1.095
10	0.179	0.205	0.421868936	0.036700057552558	1.0296 ± 0.05146	1.025

Nota: Elaboración propia con datos tomados de los autores De Miguel & Martín del Río (2001).

Como se aprecia en la tabla 1, con solo diez corridas de procesamiento se llega al mejor resultado de la literatura. Con éste método se pueden hacer miles o millones de corridas en unos segundos de operación. Se debe recordar que, entre más pequeño sea el fitness se está más cerca de la solución óptima. Otra ventaja es que las operaciones por computadora pueden llegar a datos muy exactos como se muestran en las columnas V y W.

#### Discusión

Los cristales líquidos son materiales que poseen un enorme potencial por las características que tienen por ser influenciados a la temperatura y a los cambios magnéticos (Chávez, 2021). En la programación del algoritmo se coincide con Castrillon (2015), de que si no se encuentra la solución por los padres iniciadores se recurre a la mutación para encontrar otra ruta. Los resultados presentados son consistentes con los de Jimenez (2018), ya que también representa el comportamiento del algoritmo genético por medio de una gráfica, debido a que, cuando la curva de la gráfica se convierte en línea, se comporta estable.

Ruiz (2014) en su estudio exhaustivo de los algoritmos genéticos, donde las cadenas primero se convierten en binario y luego se realizan los cruces de cadena para encontrar las soluciones. Este método fue utilizado para realizar el algoritmo genético y presentar los hallazgos que también son consistentes con los presentados por Guerra et al., (2014) quien desarrolla un algoritmo meta evolutivo donde tiene varios algoritmos denominados esclavos de un software que los controla. Este tipo de programa podrá ser la continuidad o segunda parte de este estudio, donde varios algoritmos genéticos estén corriendo paralelamente y luego se comparen las mejores soluciones de los algoritmos genéticos corridos paralelamente.

De lo anterior, se puede discutir que de los estudios analizados el que más se asemeja a esta investigación de algoritmos genéticos como la energía libre de los cristales líquidos, es la de los autores Yang y Collings (2020), sin embargo, toman como tal la función objetivo la energía libre y el programa lo realizan en Matlab, los puntos a su favor son las gráficas que arroja su programa. En este estudio se analiza como funciones objetivo las ecuaciones de estado propuestas a partir del modelo Hard Gaussian Overlap utilizando como referencia la energía libre de los cristales líquidos y se trabaja con el lenguaje de programación Java, lo cual brinda precisión en el resultado de las variables buscadas V y W.

#### Conclusiones

En la investigación se implementó una técnica de minimización de la energía libre de Helmholtz para el modelo HGO utilizando el Método de Algoritmos Genéticos que permitió describir el comportamiento de diversas propiedades de los cristales líquidos. Dado que se necesita una pequeña cantidad de datos para llevar a cabo la determinación de parámetros mediante la técnica de AG. Se mostró que esta técnica presenta algunas ventajas sobre los métodos de ajuste tradicionales para la determinación de las propiedades de los cristales líquidos.

Se concluye que los parámetros obtenidos mediante AG son robustos y pueden ser aplicados satisfactoriamente a una región. Se proporciona un panorama general de lo que son los AG y su utilidad. Se elaboró un programa de minimización por el método de algoritmos genéticos utilizando el programa de Java, y se analizó la ecuación de estado que se propuso. La utilización del Método de Algoritmos Genéticos es útil es la solución de problemas óptimos ya que agiliza el proceso de análisis de la información lo cual permite generar mayor eficiencia en el manejo del recurso tiempo y un ahorro considerable en los recursos utilizados.

Los resultados del trabajo permiten evidenciar que se puede minimizar la energía de Helmholtz para el modelo HGO utilizando el Método de Algoritmos Genéticos al ser comparados con las simulaciones por computadora y ecuaciones de estado reportadas en la literatura (De Miguel & Martín del Río, 2001) para dicho modelo, se puede constatar que las dos últimas columnas presentan una variación mínima y están dentro de un rango aceptable, con lo que damos respuesta a la pregunta de investigación. Como aporte principal de este trabajo de investigación es que si se puede llegar a la solución en las 10 primeras iteraciones, en contraste con lo evidenciado en la revisión de literatura. La fase P\* es la presión reducida que se compara con los resultados obtenidos con los de simulaciones por computadora y ecuaciones de estado reportadas en la literatura (De Miguel & Martín del Río, 2001) para dicho modelo, se puede observar que en tan solo 10 iteraciones que las dos últimas columnas presentan una variación mínima y están dentro de un rango aceptable.

## Referencias bibliográficas

- Antequera, L. A. (2020). Incorporación de un Algoritmo Genético en la Selección de Personal Docente en la carrera de Ingeniería Financiera de la Universidad Central (UNICEN). *Tesis de maestría Universidad Mayor de San Andrés*. Ciudad de La Paz - Estado Plurinacional de Bolivia. <https://repositorio.umsa.bo/handle/123456789/24702>
- Berres, S., Coronel, A. y Lagos, R. (2018). Solución numérica de un problema inverso aplicando un algoritmo genético continuo. *Revista integración*, 36 (2), 1-15. <https://dx.doi.org/10.18273/revint.v36n2-2018001>
- Berzal, F. (2022). Algoritmos Genéticos. *Departamento de Ciencias de la Computación e IA*. <https://elvex.ugr.es/decsai/computational-intelligence/slides/G2%20Genetic%20Algorithms.pdf>
- Borges, D., Puch, P. y Frías G. (2017). Control de demanda eléctrica aplicando algoritmos genéticos. Inegiare. *Revista Chilena de Ingeniería*. 25 (3), 389-398. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-33052017000300389>
- Benhamou, S. (2022). *La transformación del trabajo y el empleo en la era de la inteligencia artificial*. CEPAL. Organización de las Naciones Unidas. <https://www.cepal.org/es/publicaciones/47985-la-transformacion-trabajo-empleo-la-era-la-inteligencia-artificial-analisis>
- Castrillón, O. (2015). Ritmos cognitivos y algoritmos evolutivos en la programación de horarios universitarios. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, 22(1), 135-152. <https://www.scielo.sa.cr/pdf/rmta/v22n1/a08v22n1.pdf>
- Castro García, Y., Cabanillas López, R. E. y García Sánchez, J. (2017). Algoritmos Genéticos en el estudio de Líquidos Iónicos para enfriamiento. Solar. *Biotecnia*, 19, 38-41. <https://www.redalyc.org/pdf/6729/672971095005.pdf>
- Chavaje-Ávila, L., Ortiz-Tena F. y Pérez-Rodríguez, R. (2021). Optimización de corte de rollos mediante un algoritmo genético. *Conciencia Tecnológica*, (62), 1-16. <https://www.redalyc.org/journal/944/94469878002/html/>
- Chung, H. y Shin, K. (2018). Genetic Algorithm-Optimized Long Short-Term Memory Network for Stock Market Prediction. *Sustainability*, 10 (10), 3765. <https://doi.org/10.3390/su10103765>
- Chávez Gutiérrez, Y. T. y Franco Ortiz, M. (2021). Inversión de la banda de reflexión de cristales líquidos colestéricos en presencia de campos eléctricos y colorantes láseres añadidos. *Tesis de Licenciatura de la Universidad de Sonora*. División de Ciencias Exactas y Naturales, Departamento de Física. <https://hdl.handle.net/20.500.12984/6999>
- Correa García, L.A. y González Acolt, R. (2027). Efecto de los factores de innovación en el desempeño económico de los talleres artesanales de la zona metropolitana de Zacatecas. *Investigación y Ciencia*, (70), 63-68. <https://doi.org/10.33064/iycuaa201701829>
- Correa García L. A. (2020). Relación entre la tecnología y la comercialización en la PyME ubicada en Zacatecas. *Mercados y negocios*, (41), 107-124. <https://doi.org/10.32870/myn.v0i41.7408>
- De la Cruz-Figueroa L. F., Fernández-Rodríguez, R. y González-Rangel M. A. (2018). Hacia herramientas de inteligencia artificial en la enseñanza médica. Enfoque preliminar. *Revista Cubana de Informática Médica*, 10 (1), 1-13. <http://scielo.sld.cu/pdf/rcim/v10n1/rcim08118.pdf>
- De Miguel, E. y Martín del Río, E. (2001). The isotropic-nematic transition in hard Gaussian overlap fluids. *Journal of Chemical Physics*, 115 (19) 9072-9083. <https://doi.org/10.1063/1.1412604>
- Demera, A., Sánchez, A., Franco, M., Espinoza, M., y Santana, A.. (2023). Fundamentación teórica de la inteligencia artificial en el desarrollo de aplicaciones móviles en el Instituto de Admisión y Nivelación de la Universidad Técnica de Manabí. *Revista científica. TESLA*, 3(2), 1-11. <https://doi.org/10.55204/trc.v3i2.e223>
- Espitia-Mendez, J. A. y Mendoza-Rojas, G. L. (2021). Metodología basada en un algoritmo genético para programar la producción de una empresa del sector textil. *Ingeniería. Investigación y Tecnología*, 24 (4), 1-16. <https://doi.org/10.14482/INDES.30.1.303.661>
- Fonseca Reyna, Y. C., Martínez Jiménez, Y., Figueredo León, Á. E., y Pernía Nieves, L. A. (2014). Influencia de los parámetros principales de un Algoritmo Genético para el Flow Shop Scheduling. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 8(1), 99-111. <http://scielo.sld.cu/pdf/rcci/v8n1/rcci06114.pdf>
- García Sánchez, E. (2001). Estudio teórico de diagramas de fase de modelos aplicados a Cristales Líquidos. *Tesis de maestría de la Universidad de Guanajuato: Posgrado Institucional en Química de la Universidad de Guanajuato*.
- Goldberg, D. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Boston: Addison-Wesley Longman Publishing
- Gómez Vilchis, J., Hernández Álvarez, F. y Román de la Sancha, L. (2021). Autómata Evolutivo (AE) para el mercado accionario usando Martingalas y un Algoritmo Genético. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas Nueva Época REMEF*, 16(4). <https://doi.org/10.21919/remef.v16i4.505>
- Guerra, A., Zaoral, K. y Rivas, J. (2014). Meta-evolución paralela para la asignación de parámetros y operadores en algoritmos evolutivos. *Télématique*, 13(1), 68-92. <https://www.redalyc.org/pdf/784/78429590005.pdf>
- Gutiérrez Gutiérrez, J. L. (2021). Algoritmo genético aplicado al recojo de residuos sólidos en el contexto de una smart city. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 15(4), 1-14. <http://scielo.sld.cu/pdf/rcci/v15n4/2227-1899-rcci-15-03-1.pdf>

- Iglesias-Solano, A. M. e Iglesias-Carbonell A. B. (2011). La Computación Evolutiva y sus Paradigmas. *Investigación y Desarrollo en TIC*, 2 (1), 29-38. <https://revistas.unisimon.edu.co/index.php/identific/issue/view/171>
- Jiménez, J. A., Arango, R. E. y Jiménez, L. D. (2016). Métodos de búsqueda usando los algoritmos de enjambre y genético. *Lámpsakos*, (16), 52-60. <https://doi.org/10.21501/21454086.1901>
- Jiménez, C. M. (2018). Algoritmo Genético Simple para Resolver el Problema de Programación de la Tienda de Trabajo (Job Shop Scheduling). *Información Tecnológica*. 29(5), 299-314. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642018000500299>
- Kuri, M. A. (2022). Algoritmos Genéticos: Herramientas de Inteligencia Artificial con su Propia Evolución. CIC-IPN. Recuperado el 20 de diciembre de 2023. Disponible en Algoritmos Genéticos: Herramientas de Inteligencia Artificial. <http://cursos.itam.mx/akuri/PUBLICA.CNS/1999/Entrevista%20a%20Kuri.PDF>
- Lin, Y., Huang, C., y Tseng V. (2017). A novel methodology for stock investment using high utility episode mining and genetic algorithms. *Applied Soft Computing*, 59, 303-315. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017-05-032>
- National Geographic. (2023). 5 usos cotidianos de la inteligencia artificial que la gente no se da cuenta. <https://www.nationalgeographicla.com/ciencia/2023/02/5-usos-cotidianos-de-la-inteligencia-artificial-que-la-gente-no-se-da-cuenta>
- Negrin, I., A., Negrin, L. I. y Chagoyén, E. (2020). Ajuste de parámetros de algoritmos genéticos: propuesta de método. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 14 (3), 59-82. <https://www.redalyc.org/journal/3783/378365834004/html/>
- Obando. E. D. (2017). Algoritmos genéticos y PSO aplicados a un problema de generación distribuida. *Scientia et Technica*, 22 (1), 15-23. <https://www.redalyc.org/pdf/849/84953102003.pdf>
- Ortiz, M. M (1994). Adaptación de una pantalla de cristales líquidos en un procesador óptico. *Tesis de maestría en ciencias (óptica)*. Del centro de investigación de óptica. Universidad de Guanajuato. <https://cio.repositorioinstitucional.mx/jspui/handle/1002/496>
- Quintana, J. (2000). La transición nemático-isotrópico bajo confinamiento. *Revista de la Sociedad Química de México*, 44(1) 82-86. <https://www.scielo.org.mx/pdf/rsqm/v44n1/v44n1a18.pdf>
- Ruiz, E. (2014). Optimización multi-objeto al problema de distribución de planta usando algoritmos genéticos: cuestiones previas para una propuesta de solución. *Revista Industrial Data*, 17(2). 120-137. <https://www.redalyc.org/pdf/816/81640856015.pdf>
- Sancho, F. C. (2019). Algoritmos Genéticos. <http://www.cs.us.es/~fsancho/?e=65>
- Sydney, T. B. (1950). *The Phase Rule and Phase Reaction theoretical and Practical*. London: McMillan and Co.
- Tejada, G. (2019). Controlador PID con algoritmos genéticos de números reales. *Industrial Data*, 22(2), 213-223. <https://doi.org/10.15381/idata.v22i2.16489>
- Tovar, J. J., Almanza, O. y Montes-Vidales, L. (2016). Inversión Sísmica por Algoritmos Genéticos con migración de Poblaciones para estimar Anisotropía HTI. *Boletín de Geología*, 38(4), 107-117. <https://www.redalyc.org/pdf/3496/349647947006.pdf>
- Verdecia-Somoano, J. C. y García-Miranda, J. A. (2020). Optimización estructural de una torre. *Revista de Arquitectura e Ingeniería*, 14(2), 1-14. <https://www.redalyc.org/journal/1939/193963490003/193963490003.pdf>
- Wang, L., An H., Liu X., y Huang, X. (2016). Selecting dynamic moving average trading rules in the crude oil futures market using a genetic approach. *Applied Energy*, 162, 1608-1618. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.08.132>
- Yang, S. y Collings, P. J. (2020). El algoritmo genético: uso de la biología para calcular las configuraciones de los directores de cristal líquido. *Crystals*, 10 (11), 1-13. <https://10.3390/cryst10111041>

